Esercizi svolti di matematica

- **Risolvere l'equazione:**

$$3x-5=10$$

Soluzione:
L'equazione data è della forma $ax+b=c$ quindi è di 1° grado ma non in forma canonica[1]. Se si "trasporta" il coefficiente numerico 10 dal 2° membro al 1° membro (cambiando di segno) si ottiene l'equazione in forma canonica $ax+d=0$:

$$3x-15=0$$

Quindi:

$$3x-15=0 \rightarrow 3x=15 \rightarrow x=\frac{15}{3} \rightarrow \boxed{x=5}$$

- **Risolvere l'equazione:**

$$x^2+5x+6=0$$

Soluzione:
L'equazione data è già della forma $ax^2+bx+c=0$
Si calcoli il $\Delta=b^2-4ac$ e, se questo è maggiore o uguale a 0, trovare le soluzioni (rispettivamente due distinte oppure due coincidenti) con la formula $x_{1,2}=\frac{-b^2\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ Se invece $\Delta=b^2-4ac<0$ l'equazione non ammette soluzioni reali

$$\Delta=b^2-4ac=(5)^2-4\cdot1\cdot6=25-24=1>0 \rightarrow \text{due soluzioni distinte}$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{2\cdot(1)}=\frac{-5\pm1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{-5-1}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \\ x_2=\frac{-5+1}{2}=\frac{-4}{2}=-2 \end{cases}$$

quindi

$$\boxed{\begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=-2 \end{cases}}$$

- **Risolvere l'equazione:**

$$4x^2-3x+2=1$$

Soluzione:
L'equazione data è della forma $ax^2+bx+c=d$ quindi di 2° grado ma non in forma canonica. Se si "trasporta" il coefficiente numerico 1 dal 2° al 1° membro si ottiene l'equazione di 2° grado in forma canonica:

$$4x^2-3x+1=0$$

Si calcola il $\Delta=b^2-4ac$ e, se questo è maggiore o uguale a 0, si trovano le soluzioni (rispettivamente due distinte oppure due coincidenti) con la formula $x_{1,2}=\frac{-b^2\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot4\cdot2=9-32=-27<0 \rightarrow \boxed{\text{non esistono soluzioni}}$$

1 *Forma canonica* significa che un polinomio è omogeneo e ordinato in senso decrescente di potenze.

- **Risolvere l'equazione:**

$$2-3x=-4x^2+1$$

Soluzione:
L'equazione data non è in forma canonica. Bisogna spostare tutti i termini al 1° membro e ordinarli in senso decrescente di potenza:

$$2-3x+4x^2-1=0$$

e quindi semplificando (si addizionano i monomi di grado simile):

$$4x^2-3x+1=0$$

A questo punto si ottiene la stessa equazione vista nell'esempio precedente (si veda l'esercizio visto prima).

- **Risolvere rispetto a t:**

$$d=\frac{1}{2}at^2$$

Soluzione:
Risolvere rispetto ad una variabile significa isolare detta variabile in modo che questa compaia da sola al 1° oppure al 2° membro. Nel caso in esame basta "spostare" al 1° membro il denominatore del coefficiente numerico $\frac{1}{2}$ poi la variabile a:

$$2\frac{d}{a}=t^2$$

A questo punto bisogna estrarre t dalla potenza (si ricordi che l'operazione inversa di una potenza è la radice), per cui:

$$\sqrt{2\frac{d}{a}}=t$$

Per la proprietà del trasporto (una delle proprietà di equivalenza delle equazioni) basta invertire 1° e 2° membro e cambiare il segno:

$$-t=-\sqrt{2\frac{d}{a}}\rightarrow \boxed{t=\sqrt{2\frac{d}{a}}}$$

- **Risolvere rispetto a** v_1:

$$d=v_1t+\frac{1}{2}at^2$$

Soluzione:
Procedendo come visto prima si isola la variabile v_1 trasportandola al 1° membro:

$$\boxed{v_1=\frac{d-\frac{1}{2}at^2}{t}}$$

- **Risolvere rispetto ad** a:

$$v_2^2=v_1^2+2ad$$

Soluzione:
Procedendo come visto prima si isola la variabile trasportandola al 1° membro:

$$\boxed{a=\frac{v_2^2-v_1^2}{2d}}$$

- Calcolare il valore di %theta sapendo che $R=0{,}5\,m, v=3\,m/s$ e che la costante $g=9{,}81\,m/s^2$:

$$R=\frac{v^2\sin 2\theta}{g}$$

Risolvendo rispetto a θ si ricava:

$$\sin(2\theta)=\frac{R\,g}{v^2}\rightarrow 2\theta=\arcsin\left(\frac{R\,g}{v^2}\right)\rightarrow\theta=\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{R\,g}{v^2}\right)$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\theta=\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{R\,g}{v^2}\right)=\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{0,5\cdot 9,81}{3^2}\right)$$

Quindi

$$\boxed{\theta\approx 0,29\,rad=16,6158\,°}$$