



**Università degli Studi di Enna "Kore"**  
**Facoltà di Ingegneria ed Architettura**

**Programma di Analisi Matematica**  
**Ingegneria Informatica e delle Telecomunicazioni**

**I anno CFU 12 Annuale A.A. 2012/2013**

**Docente Cristina Milazzo**

## **I Semestre**

### **Insiemi e Relazioni**

Operazioni tra insiemi e proprietà. Prodotto cartesiano e proprietà. Concetto di funzione. Funzioni iniettive e suriettive. Funzione composta. Cenni sugli Insiemi Numerici. I numeri naturali e il principio di induzione. I numeri interi relativi e i numeri razionali. Definizione di numero reale. Operazioni con i numeri reali, fattori e multipli, pesi, misure e fattori di conversione, rateo e proporzione, medie e percentuali, quadrati, cubi, radici quadrate e cubiche. Valore assoluto di un numero reale. Proprietà del valore assoluto. Radici n-esime. Logaritmi ed Esponenziali. Partizioni del corpo dei numeri reali. Teorema fondamentale sulle partizioni dei numeri razionali. Densità di  $Q$  in  $R$ . Estremo inferiore ed estremo inferiore. Massimi e minimi.

### **Successioni di numeri Reali**

Definizioni di limite di successione. Il numero di Nepero. Limiti notevoli. Teorema di limitatezza delle successioni convergenti. Proprietà delle successioni divergenti. Successioni estratte. Teorema fondamentale delle successioni estratte. Teoremi del confronto. Proprietà sui limiti di successione. Teorema della permanenza del segno. Successioni monotone. Teorema fondamentale delle successioni monotone. Operazioni con i limiti. Successione delle medie aritmetiche e geometriche.

### **Serie numeriche**

Serie numeriche a termini positivi. Carattere di una serie. Carattere delle serie numeriche notevoli (Mengoli, armonica generalizzata, geometrica, logaritmica, esponenziale). Criteri di convergenza delle serie (confronto, rapporto, radice, Raabe, confronto asintotico, del quoziente). Assoluta convergenza. Serie a termini alterni. Criterio di Leibnitz.

### **Funzioni Reali di Variabile Reale**

Funzioni limitate. Definizione di limite. Teorema della permanenza del segno. Teoremi del confronto. Operazioni con i limiti. Limiti notevoli. Teorema di Esistenza del limite per funzioni monotone. Asintoti. Teorema di collegamento tra limiti di successioni e limiti di funzioni. Definizione di continuità. Continuità delle funzioni elementari. Punti di discontinuità. Teorema di continuità della funzione composta. Continuità della funzione inversa. Teorema di permanenza del segno. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema di esistenza dei valori intermedi. Uniforme continuità. Continuità delle funzioni uniformemente continue. Funzioni Holderiane e Lipschitziane. Teorema di Cantor. Teorema di Weierstrass. Funzioni Monotone. Funzioni trigonometriche inverse.

## **Calcolo Differenziale**

Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica. Derivate successive. Derivate delle funzioni elementari. Algebra delle derivate. Derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivate delle funzioni trigonometriche inverse. Teoremi di Rolle, Cauchy e Lagrange. Conseguenze del Teorema di Lagrange. Teoremi di de l'Hopital. Punti di massimo e minimo relativo. Teorema di Fermat. Teoremi per la determinazione di estremi relativi. Funzioni convesse in un intervallo. Condizioni necessarie e sufficienti per la convessità. Punti di flesso. Studio di Funzione e determinazione del grafico.

## **Integrazione delle funzioni reali di una variabile reale**

Primitiva di una funzione reale a variabile reale. Definizione di integrale indefinito. Integrazione per decomposizione. Metodo di integrazione per parti. Integrazione delle funzioni razionali fratte. Metodo di integrazione per sostituzione. Definizione di integrale definito. Proprietà dell'integrale definito. Caratterizzazione dell'Integrale e significato geometrico. Proprietà dell'integrale. Teorema della Media. Teorema fondamentale del calcolo integrale e suo corollario. Integrazione per scomposizione, per parti e per sostituzione. Integrali Generalizzati e Impropri. Estensione della definizione di integrale di Riemann al caso di funzioni non limitate o definite su intervalli illimitati. Assoluta integrabilità e integrabilità. Criteri di assoluta integrabilità.

## **II Semestre**

### **Funzioni di più variabili**

Definizione di metrica e di spazi metrici, proprietà degli spazi metrici, insiemi aperti e chiusi, domini, caratterizzazione dei domini, insiemi perfetti, proprietà dei domini perfetti, insiemi connessi, insiemi internamente connessi, successioni di elementi di uno spazio metrico, teorema di unicità del limite, successioni di Cauchy, spazi metrici completi, insiemi sequenzialmente compatti e relativamente sequenzialmente compatti, teorema di Bolzano, insiemi compatti. Funzioni definite in un generico spazio metrico a valori in un altro spazio metrico, continuità e uniforme continuità, teorema di Weierstrass, continuità delle funzioni uniformemente continue, uniforme continuità delle funzioni continue in insiemi sequenzialmente compatti, Holderianità e Lipschitzianità, uniforme continuità di funzioni holderiane, funzioni composte, continuità delle funzioni composte. Limiti per le funzioni di più variabili reali, teorema di permanenza del segno, teorema di esistenza degli zeri, teorema di esistenza dei valori intermedi.

### **Calcolo differenziale**

Derivate parziali e direzionali di funzioni reali a più variabili reali, teorema di Schwartz, Differenziale primo e sua rappresentazione. Differenziabilità e continuità. Teorema del differenziale totale. Regole di differenziazione. Differenziale delle funzioni composte. Estremi relativi. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti per un estremo relativo. Estremi vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

### **Integrali di funzioni reali a più variabili reali**

Misurabilità secondo Peano-Jordan, insiemi misurabili e loro principali proprietà. Integrali doppi, proprietà degli integrali doppi, teorema della media, cilindroidi, domini normali, formule di riduzione degli integrali delle funzioni di due variabili, domini piani regolari, formule di sostituzione per gli integrali doppi. Integrali tripli, formule di riduzione degli integrali tripli, cambiamento di variabili negli integrali tripli. Applicazione al calcolo dei baricentri, aree e volumi.

### **Curve e superficie Curve regolari**

Vettore tangente. Curve generalmente regolari. Curve rettificabili e loro lunghezza. Ascissa curvili-

nea. Integrale curvilineo rispetto al differenziale d'arco e sue proprietà. Applicazione al calcolo dei baricentri. Superficie regolari. Piano tangente ad una superficie regolare. Superficie generalmente regolari. Integrale di una funzione esteso ad una superficie generalmente regolare. Area di una superficie regolare.

### **Forme differenziali**

Definizione e significato fisico. Integrale di una forma differenziale su un cammino. Indipendenza dal cammino. Criteri di integrabilità. Forme differenziali chiuse. Relazione tra chiusura ed esistenza della primitiva. Lemma di Poincaré. Teorema di Gauss e sue conseguenze.

### **Equazioni Differenziali**

Equazioni e sistemi in forma normale. Problema di Cauchy. Esistenza ed unicità locale e globale per il problema di Cauchy. Sistemi lineari e lineari affini. Equazioni differenziali lineari di ordine superiore al primo. Sistemi a coefficienti costanti. Equazioni differenziali a derivate parziali, definizioni e classificazione delle equazioni di secondo grado. Equazione delle onde, equazione di Lagrange, equazione del calore.

### **Cenni sulle Successioni e Serie di Funzioni**

Convergenza puntuale e uniforme di una successione di funzioni. Criterio di convergenza di Cauchy. Teoremi di continuità, derivabilità, passaggio al limite sotto il segno d'integrale. Convergenza puntuale, uniforme e totale per una serie di funzioni. Criteri di Cauchy. Serie di potenze. Intervallo e raggio di convergenza. Teorema di Cauchy-Hadamard. Teorema di Abel. Serie di Taylor. Condizioni sufficienti per la sviluppabilità in serie di Taylor. Sviluppi notevoli.

### **Testi adottati**

- M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli, *Analisi Matematica*, McGraw-Hill (2a Edizione).
- S. Salsa, A. Squellati, *Esercizi di Analisi Matematica 1*, Ed. Zanichelli (2011).
- S. Salsa, A. Squellati, *Esercizi di Analisi Matematica 2*, Ed. Zanichelli (2011).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 1 Tomo 1*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 1 Tomo 2*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 1 Tomo 3*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 1 Tomo 4*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 2 Tomo 1*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 2 Tomo 2*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 2 Tomo 3*, Liguori (2009).
- Marcellini P., Sbordone C., *Esercizi di Matematica Vol. 2 Tomo 4*, Liguori (2009).